**ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1**

**Тема: «Теорія похибок»**

**Теоретичні відомості**

Мірою точності наближеного числа є ***похибка***. Розрізняють *абсолютну* та *відносну* похибку наближеного числа.

Нехай *x* – це наближене подання числа *Х*. Тоді величину ∆*х*=|*x* – *Х*| називають ***абсолютною похибкою*** подання числа *Х* за допомогою числа *x*. Як правило, ця величина має лише теоретичний інтерес, оскільки точне значення *Х* зазвичай невідоме. На практиці використають максимально можливе значення ∆*х* – число , що задовольняє нерівність

Проте, абсолютна похибка не демонструє якості обчислення або вимірювання – важливе значення абсолютної похибки, що припадає на одиницю вимірювання.

Величину  називають ***відносною похибкою*** подання числа *Х* числом *x*. Так само як і у випадку з абсолютною похибкою, вводять поняття ***граничної відносної* *похибки*** , що задовольняє нерівність .

На практиці використовують формулу: .

Очевидно, що << 1.

Відносну похибку зазвичай вимірюють у відсотках. Крім того, відносну похибку завжди округлюють із надлишком.

Треба зауважити, що наведені оцінки похибок наближених чисел справедливі лише, якщо запис цих чисел містить всі *значущі* цифри.

Треба зауважити, що наведені оцінки похибок наближених чисел справедливі лише, якщо запис цих чисел містить всі *значущі* цифри.

***Значущою цифрою наближеного числа*** називають всяку цифру в його десятковому поданні починаючи з першої зліва ненульової цифри.

Проте, точність наближеного числа залежить не від кількості значущих цифр, а від кількості *правильних значущих* *цифр*.

Кажуть, що число *x* є наближенням точного числа *Х* з ***n правильних десятковими цифрами у вузькому розумінні***, якщо абсолютна похибка цього числа ∆*x* не перевершує половини одиниці десяткового розряду, що виражається n-ю значущою цифрою (рахуючи зліва направо), тобто якщо виконується нерівність:

(1)

У деяких випадках зручно говорити, що число *x* є наближенням точного числа *Х* з ***n правильними десятковими цифрами в широкому розумінні***, якщо абсолютна похибка цього числа ∆*x* не перевищує одиниці десяткового розряду, що виражається n-ю значущою цифрою (рахуючи зліва направо), тобто якщо виконується нерівність

(2)

За відомою абсолютною похибкою наближеного числа, використовуючи нерівності (1) та (2), можна визначити кількість правильних значущих цифр числа (у вузькому та широкому розумінні).

За кількістю правильних значущих цифр наближеного числа легко визначити його граничну абсолютну похибку, скориставшись нерівностями (1) та (2).

**Похибки округлення**

У тих випадках, коли наближене число містить зайву кількість невірних значущих цифр, удаються до округлення.

При округленні використовують наступне ***правило округлення***. Якщо в старшому з розрядів, що відкидаються, стоїть цифра менша п'яти, то вміст розрядів, що зберігаються, не міняється. У противному випадку, в молодший розряд, що зберігається, додається одиниця.

Очевидно, що абсолютна похибка округлення не перевершує половини одиниці молодшого розряду, що залишається.

При округленні наближеного числа його абсолютна похибка збільшується з урахуванням похибки округлення.

**Завдання:** 1)Визначити, яка рівність точніша;

2) Визначити кількість правильних значущих цифр наближеного числа: а) у вузькому розумінні; б) у широкому розумінні;

3) Знайти граничні абсолютні та відносні похибки чисел, якщо вони мають лише правильні цифри: а) у вузькому розумінні; б) у широкому розумінні.

**№1**. 1) ; .

2) а) 22,553 ();

б) 2,8546; .

3) а) 0,2387; б) 42,884.

**№2**. 1) ; .

2) а) 6,4257 ();

б) 17,2834; .

3) а) 3,751; б) 0,537.

**№3**. 1) ; .

2) а) 0,5748 ();

б) 34,834; .

3) а) 11,445; б) 2,043.

**№4**. 1) ; .

2) а) 2.3485 ();

б) 0.34484; .

3) а) 2.3445; б) 0.745.

**№5**. 1) ; .

2) а) 5.435 ();

б) 10.8441; .

3) а) 8.345; б) 0.288.

**№6**. 1) ; .

2) а) 0.12356 ();

б) 8.24163; .

3) а) 12,45; б) 3,4453.

**№7**. 1) ; .

2) а) 2,4543 ();

б) 24,5643; .

3) а) 0,374; б) 4,348.

**№8**. 1) ; .

2) а) 8,3445 ();

б) 23,574; .

3) а) 20,43; б) 0,576.

**№9**. 1) ; .

2) а) 3,7834 ();

б) 21,68563; .

3) а) 41,72; б) 0,678.

**№10**. 1) ; .

2) а) 13.537 ();

б) 7.521; .

3) а) 5.634; б) 0.0748.

**№11**. 1) ; .

2) а) 13.6253 ();

б) 0.3567; .

3) а) 18.357; б) 2.16.

**№12**. 1) ; .



2) а) 1.784 ();

б) 0.85637; .

3) а) 0.5746; б) 236.58.

**№13**. 1) ; .

2) а) 3.6878 ();

б) 15.873; .

3) а) 14.862; б) 8.73.

**№14**. 1) ; .

2) а) 27.1548 ();

б) 0.3945; .

3) а) 0.3648; б) 21.7.

**№15**. 1) ; .

2) а) 0.8647 ();

б) 24.3618; .

3) а) 2.4516; б) 0.863.

**№16**. 1) ; .

2) а) 0.98351 ();

б) 3.7542; .

3) а) 62.74; б) 0.389.

**№17**. 1) ; .

2) а) 5.6483 ();

б) 83.736; .

3) а) 5.6432; б) 0.00858.

**№18**. 1) ; .

2) а) 32.7486 ();

б) 2.8867; .

3) а) 0.0384; б) 63.745.

**№19**. 1) ; .

2) а) 4.88445 ();

б) 0.096835; .

3) а) 12.688; б) 4.636.

**№20**. 1) ; .

2) а) 38.4258 ();

б) 0.66385; .

3) а) 6.743; б) 0.543.

**№21**. 1) ; .

2) а) 0.39642 ();

б) 46.453; .

3) а) 15.644; б) 6.125.

**№22**. 1) ; .

2) а) 0.66385 ();

б) 5.8425; .

3) а) 0.3825; б) 24.6.

**№23**. 1) ; .

2) а) 0.75244 ();

б) 24.3872; .

3) а) 16.383; б) 5.734.

**№24**. 1) ; .

2) а) 2.3684 ();

б) 45.7832; .

3) а) 0.573; б) 3.6761.

**№25**. 1) ; .

2) а) 0.38725 ();

б) 72.354; .

3) а) 18.275; б) 0.00644.

**№26**. 1) ; .

2) а) 0.36127 ();

б) 46.7843; .

3) а) 3.425; б) 7.38.

**№27**. 1) ; .

2) а) 4.57633 ();

б) 23.7564; .

3) а) 3.75; б) 6.8343.

**№28**. 1) ; .

2) а) 15.8372 ();

б) 0.088748; .

3) а) 3.643; б) 72.385.

**№29**. 1) ; .

2) а) 13.5726 ();

б) 3.87683; .

3) а) 26.3; б) 4.8556.

**№30**. 1) ; .

2) а) 0.66835 ();

б) 23.3748; .

3) а) 43.813; б) 0.64

**Зразок виконання завдання**

**Завдання:** 1)Визначити, яка рівність точніша: чи .

2) Визначити кількість правильних значущих цифр наближеного числа: а) числа 18,4520,013у вузькому розумінні; б) числа 2,3544; δ=0,2% у широкому розумінні;

3) Знайти граничні абсолютні та відносні похибки чисел: а) 0,4357; б) 12,384, якщо вони мають лише правильні цифри: а) у вузькому розумінні; б) у широкому розумінні.

*Розв’язання:*

1) Позначимо: , . Знаходимо значення даних виразів із більшою кількістю десяткових знаків, ніж наявні наближення: , . Обчислюємо граничні абсолютні похибки, округляючи їх із надлишком:

Граничні відносні похибки становитимуть:

.

Оскільки , то рівність є більш точною.

*Відповідь:* Рівність точніша.

2) а) Нехай *x=*18,4520,013. За умовою ∆*x* = 0,013

**18.452 = 1\*10^1+8\*10^0+4\*10^(-1)+5\*10^(-2)+2\*10^(-3)**

Щоб знайти кількість правильних значущих цифр у вузькому розумінні, перевіримо послідовно виконання умови для n=1, 2, 3…

n=1: – умова виконується.

n=2: – умова виконується.

n=3: – умова виконується.

n=4: – умова не виконується.

Отже, правильними значущими цифрами у вузькому розумінні наближеного числа 18,452 будуть три цифри - 1,8,4 (тобто n = 3);

*Відповідь: n=3*.

б) Нехай *х*=2,3544; **=0,2%.

Абсолютна похибка .

**++**

n=1: – умова виконується.

n=2: – умова виконується.

n=3: =0,01– умова виконується.

n=4: – умова не виконується.

Це означає, що у числі 2,3544 правильними у широкому розумінні є три цифри.

3) а) Оскільки всі чотири цифри числа *х*=0,4357 правильні у вузькому розумінні, то гранична абсолютна похибка , а гранична відносна похибка

.

*Відповідь:* = 0,00005;

б) Оскільки всі п’ять цифр числа *х*=12,384 правильні у широкому розумінні, то гранична абсолютна похибка , а гранична відносна похибка

0,000081 (0,0081%).

*Відповідь:* ∆*x* = 0,001;

Приклад (варіант 13)

**Код**

import math

x1=31 #точне число sqrt(x1 )

x2=13/17 #точне число x2

x1\_1 = 5.56 #наближене число x1

x2\_2 = 0.764 #наближене число x2

def f (x1, x1\_1, x2, x2\_2):

dx1 = abs((math.sqrt(x1) - x1\_1)/ math.sqrt (x1))

dx2 = abs((x2 - x2\_2)/x2)

if (dx1>dx2):

print ("Друга рівність точніше")

else:

print("Перша рівність точніше")

f(x1,x1\_1,x2,x2\_2)

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

**Звіт має містити:**

1. ПІП, номер групи, номер варіанта, що відповідає номеру у журналі.
2. Аналітичний розв’язок задач (1,2,3).
3. Код +скрін з результатами роботи (для завдання 1).

**Контрольні питання**

1) Яку величину називають абсолютною похибкою наближеного числа?

2) Яку величину називають граничною абсолютною похибкою наближеного числа?

3) Яку величину називають відносною похибкою наближеного числа?

4) Яку величину називають граничною відносною похибкою наближеного числа?

5) Яку цифру називають значущою цифрою наближеного числа?

6) Яку цифру в десятковому поданні наближеного числа називають правильною значущою цифрою у вузькому розумінні?

7) Яку цифру в десятковому поданні наближеного числа називають правильною значущою цифрою у широкому розумінні?

8) Наведіть правило округлення наближених чисел.